# 拟采取的研究方案及思路

## （一）研究内容一（麻烦帮忙修改为具体的研究内容）

### 1. 研究思路

现代战争得强度较大，空袭与防空资源种类较多，为帮助指挥员管理如此种类繁多、数量庞大的兵器并及时根据战场形势作出最优决策，需要充分利用现代科学技术如运筹优化的理论与方法，将目前已有的各种武器系统形成一个整体，力求整个作战体系在任何形势或环境条件下，都能及时有效地杀伤各种类型的目标，完成作战目标。

运筹优化旨在给定相关条件限制下（如杀伤网络中执行任务上限、武器攻击中目标权重约束、弹药后勤供应中服务水平限制等），分配相关资源并选取某种执行方案使目标达到全局最优（如最小化任务的费用、最小化战损总消耗、最小化弹药的总供应量等）或均衡多个目标实行多目标优化。

在作战体系中，**资源配置通常带有离散的属性**（如是否从给定的一个点到另一个点执行某种任务、是否使用某类武器打击某个目标、执行方案是否满足某个场景等），因而，我们面临的运筹优化问题通常带有整数变量，也就是**整数规划问题**。快速有效地求解这些整数规划问题，得到问题的全局最优解，是本课题的主要研究对象。然而，在理论上，整数规划具有NP困难性，这也给算法设计和分析带来了极大的挑战。**本子课题旨在充分利用作战体系中的整数规划问题的特殊结构，针对整数规划模型的问题特性，从预处理算法、割平面算法、启发式算法等角度出发，研究分支定界算法框架下的加速求解技术。得到杀伤网资源资源优化的精确算法并进行集成与试验验证。**为根据战况及时动态调整并使整个作战体系效能达到实时全局最优提供保障，为指挥员及时有效判明战场形势并做出最优决策提供技术支持。

### 2. 研究方案

#### （1）构建防空反导体系中的杀伤链与杀伤网的数学建模

杀伤网问题可以归结为武器目标分配问题，其主要关注从常规机制的预警系统中预测到的敌方飞机或导弹飞向我方城市或军事目标时，根据飞来的时间、速度、距离、高度等数据预测若采用各种拦截决策时对敌方飞机或导弹的拦截效率和拦截后的拦截效果与战损估计。依此可以进行最近本的数学模型设计：

其中 代表第 个资源被运用于第个拦截任务， 表示该情况下预期的战损评估。目标函数最小化战损总消耗，第一个约束要求用在拦截 的策略的权重不超过给定阈值，后续拓展可以迭代改进该约数的条件。第二个约束要求每个资源最多用在一种任务上。该模型指出了杀伤网相对于每个具体的目标依次采用杀伤链能够更好地整合资源。后续的算法将依此模型进行迭代，尽可能达到更好的建模效果。

#### （2）设计杀伤网资源优化问题的整数规划算法

设计将针对模型具体分析问题的特殊结构，从预处理算法、割平面算法、启发式算法等角度出发，研究分支定界算法框架下的加速求解技术，得到杀伤网资源资源优化的精确算法，并给出算法理论最优性的数学证明。并依此算法的结果分析其他算法的效果，其中主要设计的方法包括：

① 割平面方法。依据资源的具体结构，推导定制的割平面算法，改善模型质量，以加速问题的求解速度，通过数值实验，分析该问题中涉及的整数规划求解器，进行参数调优，确定割平面算法在每个分支定界节点的执行频率；在某一分支定界节点产生的割平面应用到其他节点的标准；在每个节点添加割平面的数量等参数，以最大化割平面方法效率的最大化。

② 分支定界方法。根据问题分支过程中不同子问题的关系，提出强有效的分支策略，割掉不同子问题之间的可行域相交部分，减少搜索树的规模，提升问题的求解效率。通过大量数值实验反复论证，验证新的分支策略的有效性。

#### （3）形成关于杀伤网资源优化问题的整数规划算法的报告并开发软件模块

研究报告包括杀伤网模型构建，精确性算法文档；优化软件以保证软件模块计算出80个目标，300个资源求解场景下得到解析最优解时间不超过15分钟。

## （二）研究内容二（麻烦帮忙修改为具体的研究内容）

### 1. 研究思路

在FKFD体系的研究中，随着信息时代中数据规模迅速膨胀，大数据下复杂环境的对抗博弈的战略决策成为目前军事战争中迫在眉睫的研究课题。由于战争态势具有环境高复杂，信息不完整、不确定以及对手决策不可预见的特点，人工智能在军事中的应用仍然处于摸索阶段。而这些特点在FKFD领域尤为突出，由于对手的饱和攻击、超低空突防、隐身、电磁干扰等对抗手段在战争中的广泛应用，使得FKFD作战的博弈对抗中存在体系的高复杂性、空间的高机动性、时间的高实时性等特点，需要发展智能化FKFD的指控和博弈理论体系。

以往在FKFD体系中博弈决策制定还停留在以指挥官的经验为主导，以传统博弈论原理为辅的层面。然而，在现今错综复杂的战争局势中，指挥官依据经验往往无法处理庞大的信息网，准确预测对手决策，传统博弈理论也无法解决高动态环境下的博弈策略制定。因此发展智能FKFD体系的博弈对抗理论至关重要。

在众多博弈模型中，有三类典型的博弈模型适用于解决多种类型武器协同智能作战模型和跨域空间一体化智能作战模型。非合作二人零和博弈模型主要基于Nash均衡与广义Nash均衡理论，其用于有效地解决强对抗博弈环境下，决策者为最大化己方利益制定最优决策的优化问题。随着深度学习在各类工业领域中的广泛应用，基于工业技术和计算机系统安全性考量，为了提升智能化学习系统的对抗鲁棒性(抵御对抗的能力)并改善强化学习中脆弱、判错率高的缺点，2014年，Goodfellow等人在机器学习的顶级会议Neural Information Processing Systems上发表了关于对抗学习中的生成对抗网络的研究，引起了计算机科学、统计学、金融和工程等领域学者的广泛关注。作为对抗学习的重要模型之一，非合作二人零和博弈理论可以为人工智能，工程控制，生物医学等领域内的问题建立更优的解决方案。目前在FKFD体系中，大量的研究主要集中在武器配置和杀伤链构建等传统优化模型理论的研究，然而对抗学习理论的研究还处于起步阶段。与传统优化模型不同，非合作二人零和博弈模型主要解决智能化的提升FKFD体系中对抗鲁棒性，并扭转高复杂环境下与对手对抗博弈问题中高动态变化的战争局势。因此，从非合作二人零和博弈模型及理论研究现状出发，已有的非合作二人零和博弈模型以及高效算法可为强对抗战争下的FKFD防御策略提供理论支撑，并通过对抗学习自主地提升FKFD作战的防御能力以及各系统的协调能力。基于这一观点，我们将对非合作二人零和博弈模型及理论研究现状展开调研，形成调研报告。

**本子课题的调研报告主要分为三个方面，包括：非合作二人零和博弈模型、算法及收敛与稳定性理论。**首先，针对具有不同性质的非合作二人零和博弈模型，总结已有学术论文中提出的高效算法，并概括算法的收敛性结果。其次，针对变化高动态的博弈场景，非合作二人零和博弈模型的稳定性研究目前已有一定的理论突破。我们将重点介绍具有非线性约束优化的非合作二人零和博弈的稳定性研究成果。最后，针对大数据环境下的博弈对抗问题，梳理对抗学习在非合作二人零和博弈的应用以及发展进程，并总结高效的随机算法。

### 2. 研究方案

作为一个经典的博弈问题，非合作二人零和博弈问题在数学、经济学和计算机科学领域受到了广泛关注，其可以描述为如下非合作二人零和博弈模型：

其中函数, 是光滑函数, 是正常的凸函数。记 是非空闭集合，若

称非合作二人零和博弈问题的约束是可分的；若

称非合作二人零和博弈问题的约束是不可分的。

最近，对于约束简单且可分的光滑非合作二人零和博弈问题已广泛用于解决各种问题，例如生成对抗网络 (GAN) [1]、对抗学习 [2]、最优传输问题 [3] 和分布式计算 [4]等。然而，在机器学习，几何图像工程，统计学等领域内的大部分问题是复杂约束结构甚至不可分约束的非合作二人零和博弈问题, 例如:

① 耦合生成对抗网络 (Coupled Generative Adversarial Networks) [5]:

其中 表示生成器 中第层的参数，表示判别器 中从最后一层算起的第 +1层的参数。第一个约束表明两个生成器共享底层，第二个约束表明两个判别器共享顶层。该问题目标函数关于是非凹的，关于是非凸的；约束结构复杂但可分。

② 绝对值方程 (Generalized Absolute Value Equations ) [6]:

其中。为了提供更快速，高实用性的算法，可将上述问题转化为如下不可分的线性约束的非合作二人零和博弈问题求解：

③ 线性回归 (Linear Regression ) [7]: 对于具有正则化的线性回归，为降低计算成本，可将其转为如下鞍点形式问题求解：

该模型虽然具有凸凹结构的目标函数，但具有不可分的线性约束。

目前，针对不可分约束非合作二人零和博弈问题的数值算法鲜有研究。其难点主要体现在四个方面。第一，目标函数中的可能具有非凸非凹结构，即同时关于是非凸，关于是非凹。寻找问题的全局非合作二人零和博弈点是NP-难问题。由于最优性条件保证算法收敛到问题的一阶稳定点，利用求解凸凹问题的数值算法(例如: 梯度上升下降方法[8]) 可能收敛到问题的局部极大极大点，非局部极小极大点。因此需要开发新的稳定的数值算法求解非凸非凹的问题。第二，目标函数中的可能是非光滑的，即关于以及关于是不可微的。依赖梯度的梯度下降方法、外梯度方法并不适用于解决问题。利用非光滑分析的工具解决非光滑非合作二人零和博弈问题也成为研究重点。第三，问题的约束函数可能是不可分离的，即的可行域与的可行域是相互影响的。由于变量间具有相关性且约束结构复杂，无法用传统的投影梯度方法或惩罚函数方法求解，因此对于不可分约束的问题开发高效算法是重要的研究内容。第四，模型中目标函数和约束函数无法精确计算或计算需要消耗巨大的时间成本。面对约束二人零和博弈模型(P), 传统的确定性算法是无法快速且准确的计算最优解。所以，设计随机算法求解非合作二人零和博弈模型是必要的。

在如今信息爆炸的年代，机器学习，统计等领域内的问题需要处理大规模的数据集，这导致相关的非合作二人零和博弈模型的规模庞大，结构复杂。因此，目前针对非合作二人零和博弈问题的高效算法都是基于梯度的一阶算法[9-10]。在近二十年里，有关非合作二人零和博弈问题的算法研究取得了丰硕的成果，本子课题将结合非凸非凹非合作二人零和博弈问题算法、非光滑非合作二人零和博弈问题算法、约束非合作二人零和博弈问题算法、约束非合作二人零和博弈问题的稳定性、非合作二人零和博弈问题的随机算法的研究形成调研报告，具体研究路线图见下图。

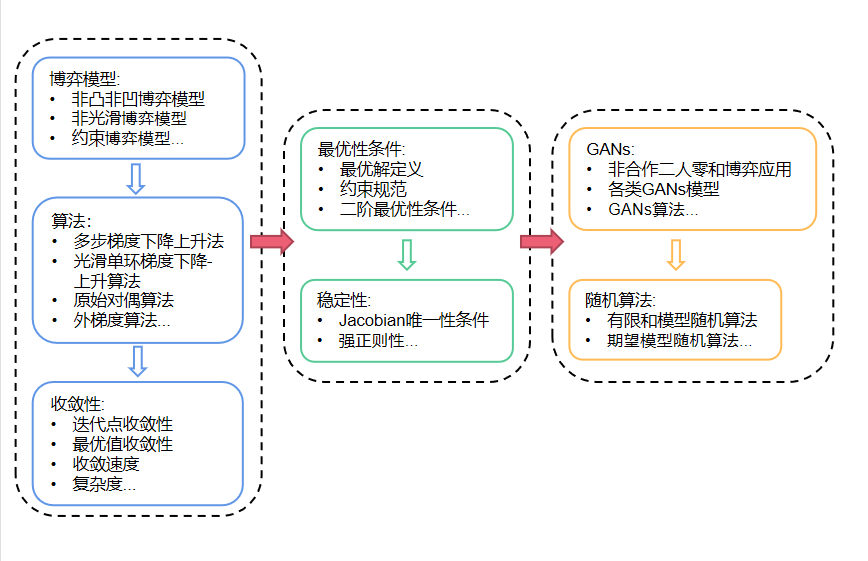


图1：研究路线图

① 非凸非凹非合作二人零和博弈问题算法研究

Arjovsky et al. (2017) [11]提出用于解决对抗学习中模式崩溃的情况的Wasserstein 生成对抗网络 (WGAN)以及新算法。不同于传统的生成对抗网络，具有光滑非凸凹结构的WGAN能更稳定地用于求解机器学习中的图像生成问题。

对于是具有非凸非凹结构的光滑非合作二人零和博弈问题，Sanjabi et al. (2018) [12] 提出了一种多步梯度下降上升法，并证明当变量满足 Polyak-Lojasiewicz (PL)条件时，算法可以在 O( log ) 次迭代内找到 -一阶稳定点。

对于是具有非凸凹结构的光滑非合作二人零和博弈问题，Zhang et al. (2020) [13] 提出了一种光滑单环梯度下降-上升(GDA) 算法并证明了算法具有的迭代复杂度。他们还将这种稳定的 GDA 算法扩展到多块的非凸-凹极小极大问题。进一步， Xu et al. (2020) [14] 提出了一致单环交替梯度投影(AGP)算法用于解决非凸-凹和凸-非凹光滑非合作二人零和博弈问题并建立了的迭代复杂度。

② 非光滑非合作二人零和博弈问题算法研究

对于是双线性函数的非光滑非合作二人零和博弈问题，Chambolle and Pock (2011) [15] 提出了一种一阶原始对偶算法并建立了算法的收敛性。 后来，Chambolle and Pock (2016) [16] 中证明了原始对偶算法的遍历收敛速度，并在 [17] 中讨论了加速原始对偶算法的收敛速度。

对于非光滑凸凹非合作二人零和博弈问题， Valkonen (2014) [18] 给出了一种改进的原始对偶混合梯度方法，它是 [15] 中原始对偶方法的扩展。 此外，按照 [15] 的思路，Clason et al. (2021) [19] 提出了一种原始对偶邻近分裂(PDPS)方法，并且在 梯度有界且Lipschitz连续的条件下，证明了PDPS 的收敛性。最近，Hamedani and Aybat (2021) [20] 针对非光滑凸凹问题提出了一种原始对偶算法，并证明了算法的遍历收敛速度为。

③ 约束非合作二人零和博弈问题研究

对于是双线性函数，是光滑非线性函数，，且约束为的非合作二人零和博弈问题，其中是紧致凸集，Nemirovski (2004) [21]提出了镜像邻近算法并证明了该方法可以在次迭代中找到此类问题的极小极大点。进一步，对于也是光滑的非线性函数的非合作二人零和博弈问题， Chen et al. (2014) [22] 提出了一种新的加速原始对偶 (APD) 方法，并表明APD方法具有与[10]中算法相同的收敛速度。

对于约束为的光滑凸凹非合作二人零和博弈问题，Mokhtari et al. (2019) [23] 给出了解决该问题的算法。该算法的收敛性分析可以统一地用于分析经典邻近点方法的逼近方法的收敛性。进一步，针对基于邻近点方法的乐观梯度法和外梯度方法，Mokhtari et al. (2019) [24]证明了这两种方法对于这类非合作二人零和博弈问题的收敛速度为 。

对于约束为的光滑非凸非凹非合作二人零和博弈问题，Nouiehed et al. (2019) [25]提出了一种多步梯度下降上升法，并证明当变量满足 Polyak-Lojasiewicz (PL)条件时，算法可以得到了与[12]相同的迭代复杂度。

对于约束为的非光滑非凸强凹非合作二人零和博弈问题，Luo et al. (2020) [26]提出了一种镜像下降上升(MDA)方法并建立了算法的迭代复杂度。进一步，对于这类约束非光滑非凸非凹非合作二人零和博弈问题，Pethick et al. (2021) [27]提出了一种自适应步长的外梯度算法并当弱 Minty 不等式 (MVI) 成立时，证明了算法生成的迭代点的收敛性。

④ 约束非合作二人零和博弈问题的稳定性研究

关于这类非合作二人零和博弈问题的最优性条件以及稳定性分析有一些开创性结果[28-31]。约束非合作二人零和博弈问题的二阶充分性条件、Jacobian 唯一性定理、强正则性等稳定性结论对于随机算法的收敛性起着至关重要的作用。本子课题将梳理这类问题的稳定性结论。

⑤ 非合作二人零和博弈问题的随机算法研究

随着对抗学习在强对抗环境下智能自主进化博弈对手能力的兴起，各种类型的生成对抗网络以及对应的随机算法应运而生。本子课题将从2014年的Goodfellow等人的GANs出发，梳理目前已有文献对生成对抗网络的研究。

在已有的关于随机算法的学习和研究工作中，由于随机算法中生成的近似函数值和近似梯度存在随机性, 可能导致错误的迭代步骤, 从而使下一次迭代的目标值任意偏离当前迭代，导致随机算法不具备良好的收敛性。因此在随机算法中设计近似函数值和近似梯度的生成方式尤为重要。目前已有针对二人零和博弈问题的随机算法需要假设利用随机oracles生成无偏的近似函数值和近似梯度。因此，本子课题将总结大规模数据集下的非合作二人零和博弈问题的各类算法。

# 现有基础条件及保障措施

## 现有研究基础

1. **优化方法及应用的理论**

**起止时间：**2021年1月-2025年12月

**经费投入：**670万元

**研究内容：**本课题以优化计算方法的理论、算法和应用为核心，主要研究内容包括：（1）基础优化计算方法与理论；（2）大数据分析与机器学习中的优化；（3）材料计算与火箭回收中的优化问题。

1. **混合整数规划的人工智能方法**

**起止时间：**2020年1月-2024年12月

**经费投入：**470万元

**研究内容：**本课题旨在探讨混合整数规划问题的人工智能算法，具体研究内容包括：(1) 线性规划的人工智能方法；（2）分支割平面框架下各模块的人工智能方法；（3）优化软件设计与开发。

**3. 多传感器资源调度优化技术研究**

起止时间：2020年1月-2020年12月

投入经费：20万元

取得的成果：针对多传感器资源调度问题建立了不同场景下的整数规划模型，并且结合仿真结果定义评价指标，分析比较各模型的性能结果，并提供配套的文件资料。

**4. 在线轨迹优化算法研究及求解器开发**

时间：2019年1月-2019年12月

经费：80万元

合作主要内容：。

成果：研究精确着陆段在线轨迹规划，根据优化原始模型进行模型的凸化，利用凸化后的模型研究二阶锥规划问题(Second Order Cone Programming，SOCP)的工程数值求解算法，开展全流程闭环数值仿真，并在相应的软硬件配置条件下进行算法软件代码设计、开发及测试验证。

## 开展本项研究已有硬件设施条件

课题参与单位中国科学院数学与系统科学研究院拥有科学与工程计算国家重点实验室(数学基础研究领域唯一的国家重点实验室)。实验室 LSSC-IV 四号集群系统成功进入全球 HPCTOP500 排行榜，这些设备和技术优势将为本课题的顺利开展提供高性能计算、海量数据存储和处理提供优越的硬件条件。

## 研究队伍状况及分工

课题参与单位中国科学院数学与系统科学研究院在运筹优化、复杂系统、计算机科学等学科均处于国际领先水平。研究团队有研究员2人，博士后2人、研究生4人。课题采用负责人（研究员）+算法设计团队（研究员、博士后）+算法实施团队（研究生）三层管理结构的方式开展，保证项目顺利实施。

## 人才条件

子课题负责人戴彧虹，男，中国科学院数学与系统科学研究院冯康首席研究员，博士生导师，中国运筹学会理事长。曾获国家自然科学二等奖（袁亚湘 戴彧虹，2006）、陈省身数学奖、冯康科学计算奖、首届萧树铁应用数学奖、中国青年科技奖、国际通信大会最佳论文奖。获邀将在2022年国际数学家大会做45分钟邀请报告，将作为首位华人在第 24 届国际数学规划大会做大会报告。曾在2016 年第 5 届国际连续优化会议做半大会报告（中国大陆至今仅两位）。获批国家杰出青年基金、基金委创新群体项目。

戴彧虹长期从事最优化与人工智能的理论及应用研究，做出了系统和创造性的工作。提出的戴-袁方法，被国际同行认为是四个主要的非线性共轭梯度法之一；独立解决了国际著名的 BFGS 拟牛顿法的收敛性公开问题；在给出梯度法深刻收敛理论同时，提出了向心加速梯度法以及高效随机梯度法；对来自生成对抗网络与最优传输问题等的约束极小极大问题，给出了最优性理论，并提出基础性算法。单篇文章 SCI 他引 590 次。

近五年来，他合作解决了整数规划中一般升维覆盖割 计算复杂性的公开问题，并在成功求解航天国防、物流调度、能源经济等领域中大量工业优化问题的基础上，自主研发了国内第一个现代意义上混合整数规划求解器。

崔晋川研究员长期从事最优化方法、决策支持算法、资源分配与评价重大工程项目风险分析等研究。曾获国家“九五”科技攻关专题、国家软科学研究项目、国家基金委创新群体科学基金、IFORS所授“运筹学进展奖”一等奖、曾任中国运筹学会常务理事、企业运筹学分会副理事长等。

陈亮博士是国产混合整数规划求解器 CMIP 开发骨干成员之一，主要参与其预处理方法、割平面方法、启发式方法等各模块的开发，参与华为、阿里、电科院等多个合作项目，近年来在 Journal of Global Optimization 期刊发表论文多篇，获得中国运筹学会科学技术奖运筹应用奖、北京运筹学会青年优秀论文奖。